Возможные решения задач

7 класс

7-1. Гидростатика сложных систем.

1.1. Давление в точке A:

$$p_A = p_0 + 10\rho_1 g h \qquad (1)$$

или

$$p_A = p_0 + \rho_2 g L + 5\rho_2 g h \qquad (2)$$

1.2. Для нахождения L приравняем выражения (1) и (2):

$$p_0 + 10\rho_1 g h = p_0 + \rho_2 g L + 5\rho_2 g h$$

Отсюда:

$$L = 5h\,\frac{2\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} \qquad (3)$$

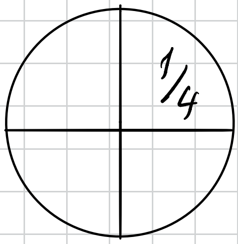
Ответ: $p_A = 106$ кПа; $L = 31$ см.

7-2. Фундамент

Найдём объём одной элементарной ячейки каркаса:

$$V_0 = d^3 \qquad (4)$$

Внутри такой ячейки находится 3 стержня длиной d (каждый стержень принадлежит 4-м ячейкам).



Всего ребер-перемычек — 12, $\frac{1}{4}$ часть от каждого принадлежит элементарной ячейке.

Тогда масса одной ячейки:

$$m_0 = \lambda \cdot 12d \cdot \frac{1}{4} = 3\lambda d \qquad (5)$$

Средняя плотность арматурного каркаса:

$$\rho_0 = m_0/V_0 = 3\lambda d/d^3 = \frac{3\lambda}{d^2} \qquad (6)$$

Площадь поперечного сечения прута:

$$m_1 = \rho_{ст.} S d = \lambda d \Rightarrow S = \frac{\lambda}{\rho_{ст}} = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\ м^2 \qquad (7)$$

Объём фундамента:

$$V = \left(ab - (a-2c)(b-2c)\right)h =$$
$$= 2(a+b-2c)ch \qquad (8)$$

Масса арматурного каркаса:

$$M = \rho_0 V = \frac{3\lambda}{d^2} 2(a+b-2c)ch \qquad (9)$$

$$M = 570\ кг$$

Ответ: $S = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\ м^2$; $M = 570$ кг.

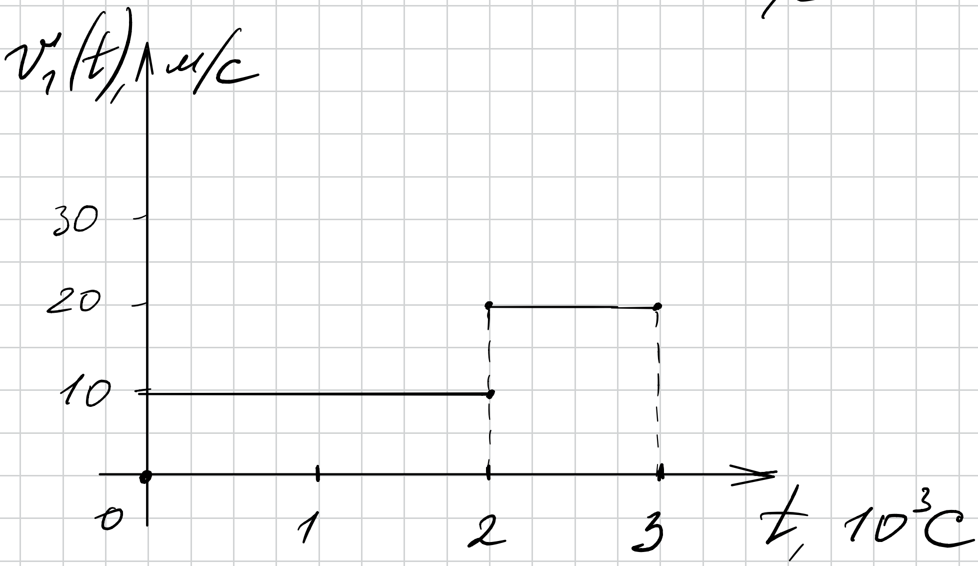
7–3. Встречное движение.

Для нахождения зависимостей $v_1(t)$ и $v_2(t)$ найдём по заданным в условии графикам промежутки времени, в течение которых скорость автомобилей не менялась.

1-й автомобиль:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1} = \frac{20 \cdot 10^3 \text{ м}}{10 \text{ м/с}} = 2 \cdot 10^3 \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_2} = \frac{40 \cdot 10^3 \text{ м} - 20 \cdot 10^3 \text{ м}}{20 \text{ м/с}} = 1 \cdot 10^3 \text{ с} \qquad (10)$$

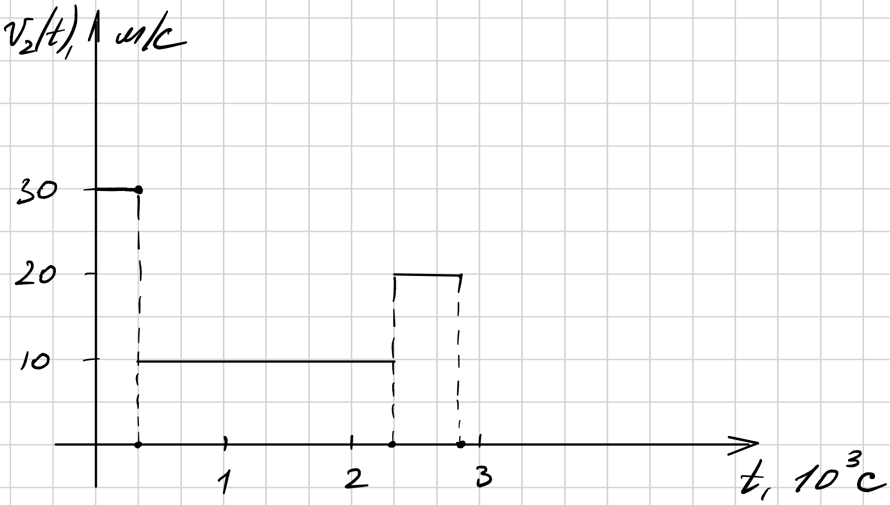


2-й автомобиль:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ м}}{30 \text{ м/с}} = 0{,}33 \cdot 10^3 \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_2} = \frac{20 \cdot 10^3 \text{ м}}{10 \text{ м/с}} = 2 \cdot 10^3 \text{ с} \qquad (11)$$

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta S_3}{v_3} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ м}}{20 \text{ м/с}} = 0{,}5 \cdot 10^3 \text{ с}$$



Относительная скорость автомобилей — это их скорость сближения или отдаления, её величина:

$$v_{отн} = v_1 + v_2 \qquad (12)$$

Очевидно, что она максимальна в первые $0{,}33 \cdot 10^3$ с:

$$v_{max} = 10\ м/с + 30\ м/с = 40\ м/с$$

Минимальное значение относительной скорости достигается тогда, когда оба автомобиля движутся со скоростями $v_1 = v_2 = 10$ м/с:

$$v_{min} = 10\ м/с + 10\ м/с = 20\ м/с$$

Найдём время и место встречи:

- за первое $\Delta t_1 = 0{,}33 \cdot 10^3$ с сблизились на $\Delta l = (v_1 + v_2)\Delta t_1 = 13{,}2$ км
- оставшееся расстояние $L - \Delta l = 26{,}8$ км до встречи сближаются со скоростью 20 м/с за время

$$\Delta t_2 = \frac{L - \Delta l}{v_{min}} = 1{,}33 \cdot 10^3\ с.$$

Таким образом, время встречи $t_{встр} = 1{,}67 \cdot 10^3$ с

Место встречи: $x = v_1 t_{встр} = 16{,}7$ км.

Ответ: см. графики; $v_{max} = 40$ м/с; $v_{min} = 20$ м/с

7-4 Клепсидра и часы обратного хода

Найдём объём сосуда:

$$V = \pi \frac{d^2}{4} h + \pi \frac{D^2}{4} h = \frac{\pi h}{4}(d^2 + D^2) \qquad (13)$$

Время, за которое заполнится сосуд:

$$\Delta t = \frac{V}{V_0} \cdot 1c = \frac{\pi h}{4V_0}(d^2 + D^2) \cdot 1c \qquad (14)$$

$$\Delta t = 19635 c = 327 мин\ 15 c = 5 ч\ 27 мин\ 15 c$$

Показания часов к концу этого промежутка времени:

$$t = 14:00 - 5:27 = 8:33. \qquad (15)$$

Для построения графика $h(t)$ найдём скорость движения уровня воды в разных сечениях сосуда:

$$v_1 = \frac{V_0}{1c} \cdot \frac{1}{\pi d^2/4} = \frac{4V_0}{\pi d^2 \cdot 1c} = 2{,}55 \cdot 10^{-5} м/с$$

$$v_2 = \frac{V_0}{1c} \cdot \frac{1}{\pi D^2/4} = \frac{4V_0}{\pi D^2 \cdot 1c} = 0{,}64 \cdot 10^{-5} м/с \qquad (16)$$

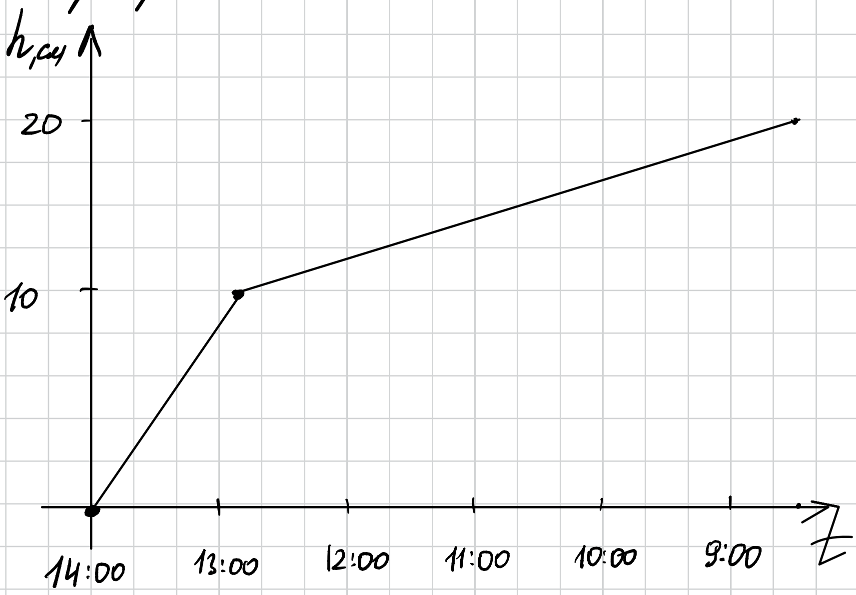
Время заполнения нижней части сосуда:

$$t_1 = \frac{h}{v_1} = 3{,}9 \cdot 10^3 c \simeq 1 ч\ 5 мин$$

— " — верхней: (17)

$$t_2 = 15{,}7 \cdot 10^3 c \simeq 4 ч\ 22 мин$$

График



7-5. Преодоление препятствий.

Потенциальная энергия тел с распределённой массой зависит от высоты центра масс этого тела над нулевым уровнем потенциальной энергии:

$$E_p = mgh_c \qquad (18)$$

Изобразим ситуацию, соответствующую максимальной E_p гусеницы в момент, когда она симметрично находится в верхней точке препятствия:

$$E_p = \frac{m}{3}g\left(h-\frac{l}{6}\right)\cdot 2 + \frac{m}{3}gh =$$

$$= \frac{m}{3}g\left(2h - \frac{l}{3} + h\right) = mg\left(h - \frac{l}{9}\right) \qquad (19)$$

$E_{p\,max} = 1{,}8$ мДж.

Потратить эту энергию „на себя" гусеница не может. Для превращения этой энергии во внутреннюю необходимы дополнительное действия.